

# Höhenmessung mittels Seeinterferometer unter Ausnutzung der solaren Radiostrahlung

Christian Monstein

Eine für Amateure neue Anwendung radioastronomischer Messmethoden besteht in der relativen Höhenmessung des Antennenstandortes über einer Wasseroberfläche unter Verwendung eines sogenannten Seeinterferometers. Ein Seeinterferometer ist ein Instrument, welches einen minimalen instrumentellen Aufwand erfordert, nichtsdestoweniger aber interessante Experimente ermöglicht.

Hauptbedingung für die nachfolgend beschriebenen Messungen ist eine möglichst grosse, unverbaute Wasserfläche nach Osten oder allenfalls nach Westen. Dabei wird die auf- bzw. absteigende Bewegung einer möglichst punktförmigen Radioquelle über dem Horizont und die Totalreflexion der kurzwelligen Radiostrahlung auf der Wasseroberfläche ausgenutzt. Bei geeigneter Empfangslage und dem Prinzip entsprechenden Winkelverhältnissen führt die Addition der direkt empfangenen und der reflektierten Strahlung zu Interferenzerscheinungen am Radioempfänger. Die Refraktion der Radiostrahlung wird hier in dieser Arbeit der Einfachheit halber nicht berücksichtigt, denn die übrigen mathematischen Zusammenhänge sind für den Amateur im allgemeinen anspruchsvoll genug. Die geometrische Analyse der Situation in Abbildung #1 zeigt, dass an der Empfangsantenne periodische Leistungsmaxima auftreten für die folgende Beziehung:

$$x = 2 \cdot h \cdot \sin(\varepsilon) = n \cdot \lambda, \quad \text{wobei} \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (1)$$

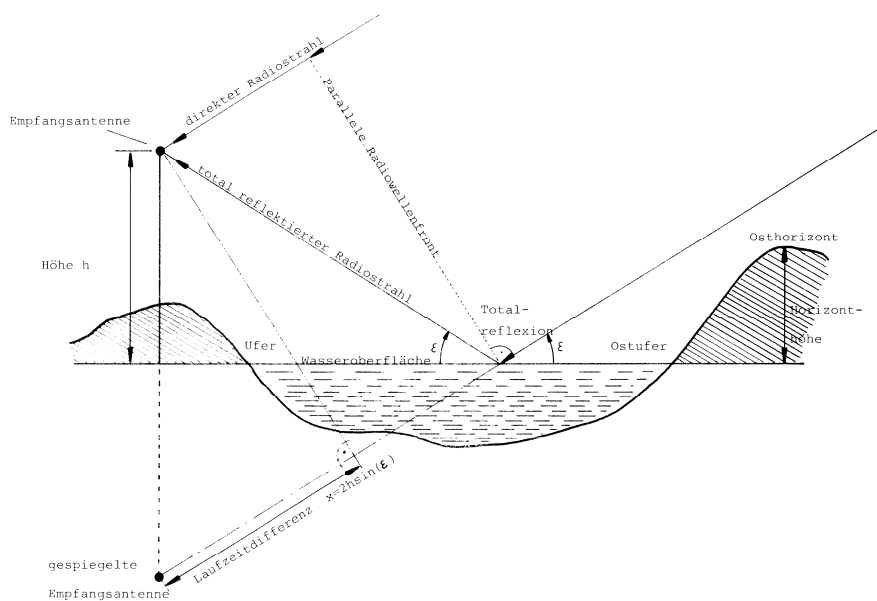


Abbildung #1:  
Prinzipieller Strahlengang beim Seeinterferometer an der Station des Verfassers. (Nord-Süd-Schnitt). [Bem. Der Verfasser wohnt inzwischen leider nicht mehr an diesem schönen Ort].

Zwischen Zweien durch verschiedene Elevationswinkel verursachte Leistungsmaxima beträgt der differentielle Phasenunterschied zwischen direktem und reflektiertem Signal:

$$\partial\varphi = 2 \cdot \pi = \frac{2 \cdot \pi \cdot \partial x}{\lambda} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot h \cdot \sin(\partial\varepsilon)}{\lambda} \quad (2)$$

Daraus lässt sich die Höhe der Empfangsantenne relativ zur Wasseroberfläche berechnen zu:

$$h = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda}{4 \cdot \pi \cdot \sin(\partial\varepsilon)} = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin(\partial\varepsilon)} = \frac{c}{2 \cdot f \cdot \sin(\partial\varepsilon)} \quad (3)$$

Für die Interferometermessungen benötigt man die Winkelgeschwindigkeit  $\varpi$  der Radioquelle in vertikaler Richtung (Elevation). Leider steigt in unseren Breitengraden die Sonne im Osten keineswegs senkrecht auf, so dass wir vorerst die vertikale Winkelgeschwindigkeit bestimmen müssen. Ausgangspunkt für diese Berechnung bildet die Koordinatentransformationsgleichung azimuthal in parallaktisch /2/.

$$\varepsilon(t) = \arcsin[\sin(\delta) \cdot \sin(\beta) + \cos(t^*) \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\beta)] \quad (4)$$

Aus Gleichung (4) lässt sich die Winkelgeschwindigkeit in Elevationsrichtung bestimmen durch Bildung des Differentialquotienten, bzw. durch Differenzieren der Elevation nach der Zeit /3/.

$$\varepsilon(t) = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\varepsilon(to + \Delta T) - \varepsilon(to)}{\Delta T} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (5)$$

Die erste Ableitung von Gleichung (4) gibt nach den allgemeinen Regeln der Differentialrechnung (Kettenregel):

$$\varpi = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{-\cos(\delta) \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(t^*)}{\sqrt{1 - [\sin(\delta) \cdot \sin(\beta) + \cos(t^*) \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\beta)]^2}} \cdot \frac{dt^*}{dt}, \quad \text{wobei} \quad \frac{dt^*}{dt} = \frac{2 \cdot \pi}{24h} \quad (6)$$

Andererseits kann die Periodendauer  $\Delta T$  der Interferenzstreifen aus dem Diagramm (Abbildung #3) herausgelesen werden:

$$\Delta T = \frac{\Delta s}{m \cdot v} \quad (7)$$

Hierbei sind  $m$  der Papiermassstab,  $v$  die Vorschubgeschwindigkeit und  $\Delta s$  der zeitliche Abstand der Interferenzstreifen. Wenn man  $\Delta T = dt$  setzt, was bei vorliegender Konfiguration (stetiger, langsamer Funktionsverlauf) erlaubt sei, dann gilt:

$$\partial \varepsilon = \varpi \cdot \partial t = \varpi \cdot \Delta T = \frac{\varpi \cdot \Delta s}{m \cdot v} \quad (8)$$

Die Grundbausteine zur Höhenbestimmung sind nun in den Gleichungen (3), (6) und (8) enthalten. wir wollen diese zusammenfassen zu:

$$h = \frac{c}{2 \cdot f \cdot \sin\left(\frac{\varpi \cdot \Delta s}{v \cdot m}\right)} = \frac{c}{2 \cdot f \cdot \sin(\varpi \cdot \Delta T)} \quad (9)$$

Ein Vergleich des Klammerausdruckes unter der Wurzel in Gleichung (6) mit Gleichung (4) zeigt, dass dieser genau dem Sinus der Elevation entspricht. Da das Seeinterferometer aber im allgemeinen nur für relativ kleine Elevationswinkel (maximal circa 5°) überhaupt funktioniert, kann der Wurzelausdruck reduziert werden zu:

$$\sqrt{1 - (\sin(\varepsilon))^2} \quad (10)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sqrt{1 - (\sin(\varepsilon))^2} = 1 \quad (11)$$

Damit lässt sich die endgültige Gleichung zur Höhenbestimmung anschreiben:

$$h = \frac{c}{2 \cdot f \cdot \sin\left[\frac{2 \cdot \pi}{24h} \cdot \frac{-\Delta s}{m \cdot v} \cdot \sin(t^*) \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\beta)\right]}, \quad \text{wobei } t^* = \frac{2 \cdot \pi}{24h} \cdot (STZ - \alpha) \quad (13)$$

und

$$\frac{c}{f} = \lambda \quad (14)$$

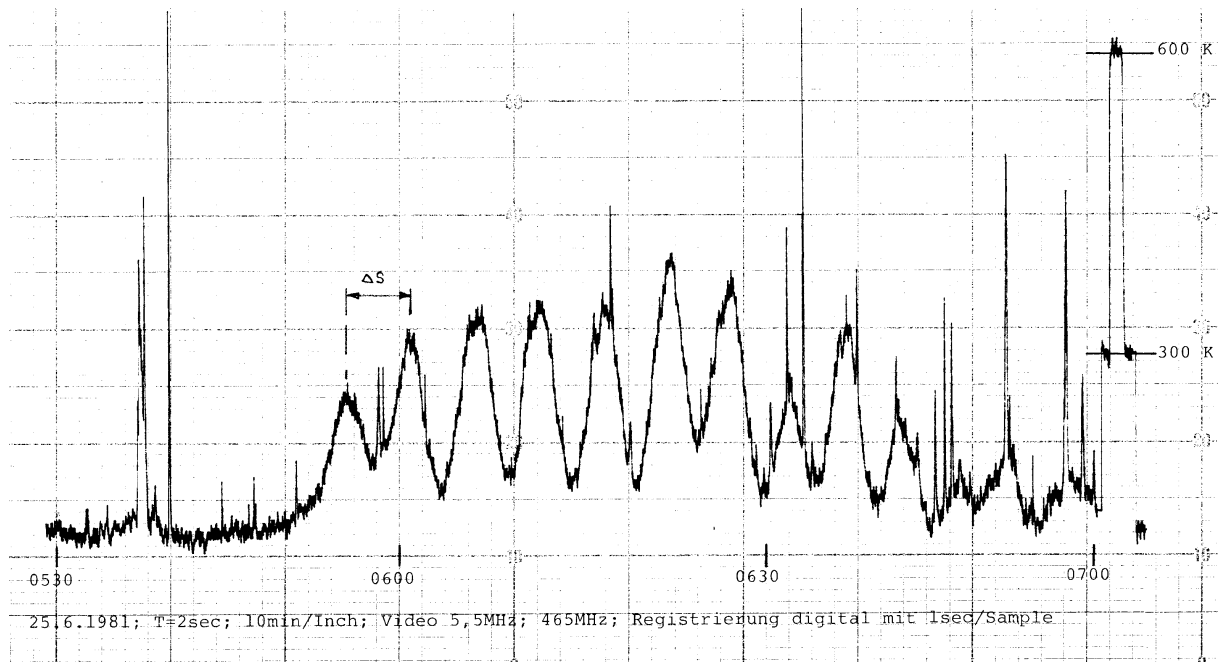


Abbildung #2: Interferogramm der solaren Radiostrahlung, verursacht durch Interferenzen einer direkten Radiowelle (Sonne) und einer total reflektierten Radiowelle auf der Oberfläche des Zürichsees. Am rechten Bildrand ist ein Kalibrationssignal (Rauschtreppe) zur Bestimmung des Strahlungsflusses eingekoppelt.

Die erforderliche Sternzeit STZ für Gleichung (13) kann aus einer Tabelle entnommen oder mit Hilfe eines Computers berechnet werden. Für eine bestimmte Messung an der Station des Verfassers ergeben sich nachstehend aufgeführte Parameter:

Parameter	Inhalt
Beobachtungsdatum	25. Juni 1981
Beobachtungszeit	05:30:00 bis 07:00:00 Ortszeit
Schreibgeschwindigkeit Plotter (v)	1 Inch pro 10 Minuten
Papiermasstab (m)	25,4 mm pro Inch
Empfangsfrequenz (f)	465 MHz
ZF-Bandbreite (B)	5,5 MHz
Integrationszeit	2 Sekunden
Kalibrationsschritte	07:00 To=300K und +1To=600K
Deklination ( $\delta$ )	23° 23,9'
Breitengrad ( $\beta$ )	47° 15'
Rektaszension ( $\alpha$ )	6h 14' 36"
Interferenzabstand ( $\Delta s$ )	circa 14mm

Der Stundenwinkel (in Zeitstunden ausgedrückt) zum Zeitpunkt des ersten Interferenzmaximums beträgt etwa  $t = -6,48h$ .

Eingesetzt in die Gleichung (13) ergibt sich die Höhe der Empfangsantenne über Wasser zu:  $h=21,7\text{m}$ , was zu zeigen war und mit der Realität gut übereinstimmt.

**Literaturverzeichnis:**

/1/ Der Sternhimmel 1981, Paul Wild, Verlag Sauerländer.

/2/ Radio Astronomy for the Amateur, by Dave Heisermann, Tab Books 1975.

/3/ Taschenbuch der Mathematik, Bronstein-Semendjajew, Verlag Harry Deutsch Frankfurt/Zürich

**Bemerkung:**

Erstmalig Publikation im ORION 189 April 1982 (Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft)

Adresse des Autors:  
Christian Monstein  
Wiesenstrasse 13

CH-8807 Freienbach  
<http://www.monstein.de>